L'importanza di chiamarlo Astratto

Commedia in atto singolo di sapore categoriale

MePVS

18 gennaio 2012

A concrete story of Abstract Nonsense

“Pensare in astratto”?

L’astrazione è:

- L’atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)

“Pensare in astratto”?

L’astrazione è:

- L’atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)
- L’atto di decontestualizzare e studiare i tratti essenziali di un fenomeno/teoria? (Algebra)

“Pensare in astratto”?

L’astrazione è:

- L’atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)
- L’atto di decontestualizzare e studiare i tratti essenziali di un fenomeno/teoria? (Algebra)
- L’atto di concentrarsi sull’interdipendenza tra enti (invece che sulla natura degli enti stessi)!

Ossia…

“Pensare in astratto”?

L’astrazione è:

- L’atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)
- L’atto di decontestualizzare e studiare i tratti essenziali di un fenomeno/teoria? (Algebra)
- L’atto di concentrarsi sull’interdipendenza tra enti (invece che sulla natura degli enti stessi)!

Ossia…

- Dimenticare fattori accessori…

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \propto \ddot{\mathbf{x}} \qquad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \propto \frac{\boldsymbol{\nu}_x}{x^2}$$

“Pensare in astratto”?

L’astrazione è:

- L’atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)
- L’atto di decontestualizzare e studiare i tratti essenziali di un fenomeno/teoria? (Algebra)
- L’atto di concentrarsi sull’interdipendenza tra enti (invece che sulla natura degli enti stessi)!

Ossia…

- Dimenticare fattori accessori…

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \propto \ddot{\mathbf{x}} \qquad\qquad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \propto \frac{\boldsymbol{\nu}_x}{x^2}$$

- …per enucleare identità *non banali*!

$$E \propto m \qquad\qquad \text{gravità} \iff \text{geometria dello spazio}$$

"Pensare in astratto"?

L'astrazione è:

- L'atto di separare le manifestazioni sensibili dalle sue cause? (Fisica)
- L'atto di decontestualizzare e studiare i tratti essenziali di un fenomeno/teoria? (Algebra)
- L'atto di concentrarsi sull'interdipendenza tra enti (invece che sulla natura degli enti stessi)!

Ossia...

- Dimenticare fattori accessori...

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \propto \ddot{\mathbf{x}} \qquad\qquad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \propto \frac{\boldsymbol{\nu}_x}{x^2}$$

- ...per enucleare identità *non banali*!

$$E \propto m \qquad\qquad \text{gravità} \iff \text{geometria dello spazio}$$

- *Gruppo*: Insieme con *certe* proprietà (che incarnano "tre dei principi fondamentali del razionalismo: reversibilità, identità, isotropia dei cammini") soggette ad assiomi *universali* (in un senso opportuno).

Strutturalismo

Definizione (voce dal Devoto-Oli)

Lo strutturalismo è la corrente di pensiero che si occupa dello studio di quanto, all'interno di un insieme, corrisponde alle funzioni di collegamento, sostegno e interrelazione tra i suoi elementi, o si esprime tramite tali concetti.

Strutturalismo

Definizione (voce dal Devoto-Oli)

Lo strutturalismo è la corrente di pensiero che si occupa dello studio di quanto, all'interno di un insieme, corrisponde alle funzioni di collegamento, sostegno e interrelazione tra i suoi elementi, o si esprime tramite tali concetti.

- Non gli enti, ma le relazioni tra enti;

Strutturalismo

Definizione (voce dal Devoto-Oli)

Lo strutturalismo è la corrente di pensiero che si occupa dello studio di quanto, all'interno di un insieme, corrisponde alle funzioni di collegamento, sostegno e interrelazione tra i suoi elementi, o si esprime tramite tali concetti.

- Non gli enti, ma le relazioni tra enti;
- Già Poincaré affermava che "Les mathématiciens n'étudient pas des objets, mais des relations entre les objets; il leur est donc indifférent de remplacer ces objets par d'autres, pourvu que les relations ne changent pas." *La Science et l'hypothèse (1902)*.

Strutturalismo

Definizione (voce dal Devoto-Oli)

Lo strutturalismo è la corrente di pensiero che si occupa dello studio di quanto, all'interno di un insieme, corrisponde alle funzioni di collegamento, sostegno e interrelazione tra i suoi elementi, o si esprime tramite tali concetti.

- Non gli enti, ma le relazioni tra enti;
- Già Poincaré affermava che "Les mathématiciens n'étudient pas des objets, mais des relations entre les objets; il leur est donc indifférent de remplacer ces objets par d'autres, pourvu que les relations ne changent pas." *La Science et l'hypothèse (1902)*.
- Corrente di pensiero di portata molto vasta che investe *linguistica* (Saussure e la sua scuola), *analisi letteraria* (Propp e la Morfologia della Fiaba), *psicologia* e in generale tutta la filosofia del XX secolo.

In Matematica…

…lo strutturalismo è consistito e consiste

In Matematica…

…lo strutturalismo è consistito e consiste

- Nella incorporazione degli enti in classi definite secondo le caratteristiche *strutturali* dei suddetti ("la teoria" de(=di tutti) gli anelli/gruppi/campi, delle varietà algebriche, …);

In Matematica…

…lo strutturalismo è consistito e consiste

- Nella incorporazione degli enti in classi definite secondo le caratteristiche *strutturali* dei suddetti ("la teoria" de(=di tutti) gli anelli/gruppi/campi, delle varietà algebriche, …);
- Nello studio delle modificazioni a cui l'ente può essere opportunamente sottoposto per diventare un altro ente dotato della stessa *struttura* (che quindi le trasformazioni *non devono* distruggere, ma preservare);

In Matematica…

…lo strutturalismo è consistito e consiste

- Nella incorporazione degli enti in classi definite secondo le caratteristiche *strutturali* dei suddetti ("la teoria" de(=di tutti) gli anelli/gruppi/campi, delle varietà algebriche, …);
- Nello studio delle modificazioni a cui l'ente può essere opportunamente sottoposto per diventare un altro ente dotato della stessa *struttura* (che quindi le trasformazioni *non devono* distruggere, ma preservare);
- Si presta quindi a formalizzare e unire discipline matematiche altamente dialettiche: algebra ("tutte" le teorie algebriche), geometria ("tutti" gli spazi topologici), e successivamente fisica (invarianti algebrici degli spazi, geometria dei nodi), logica e informatica (linguaggio Haskell), …

In Matematica…

…lo strutturalismo è consistito e consiste

- Nella incorporazione degli enti in classi definite secondo le caratteristiche *strutturali* dei suddetti (“la teoria” de(=di tutti) gli anelli/gruppi/campi, delle varietà algebriche, …);
- Nello studio delle modificazioni a cui l’ente può essere opportunamente sottoposto per diventare un altro ente dotato della stessa *struttura* (che quindi le trasformazioni *non devono* distruggere, ma preservare);
- Si presta quindi a formalizzare e unire discipline matematiche altamente dialettiche: algebra (“tutte” le teorie algebriche), geometria (“tutti” gli spazi topologici), e successivamente fisica (invarianti algebrici degli spazi, geometria dei nodi), logica e informatica (linguaggio Haskell), …

Regole del gioco: (1) Conservare la struttura. (2) Partizionare la (altrimenti vasta) collezione di tutti gli oggetti in *classi di isomorfismo* (l’“uguaglianza” diventa relazione non–banale, *dipendente dal contesto* –la classificazione delle varietà geometriche si può fare a molti gradi di finezza, ciò che era isomorfo topologicamente può non esserlo polinomialmente–).

Il cammino verso una visione strutturalista della Matematica ha radici antiche ed è stato sofferto: i martiri e gli inquisitori del processo che ha portato la Matematica all'astrazione che conosciamo sono stati molti, spesso grandi nomi della Scienza.

ST Kronecker [a Georg Cantor, più giovane di vent'anni, che insegna teoria degli insiemi] "Lei è un ciarlatano, corruttore della gioventù";

Il cammino verso una visione strutturalista della Matematica ha radici antiche ed è stato sofferto: i martiri e gli inquisitori del processo che ha portato la Matematica all'astrazione che conosciamo sono stati molti, spesso grandi nomi della Scienza.

- ST Kronecker [a Georg Cantor, più giovane di vent'anni, che insegna teoria degli insiemi] "Lei è un ciarlatano, corruttore della gioventù";
- AA Paul Gordan [a Hilbert, che aveva inviato ai *Mathematische Annalen* la sua dimostrazione non costruttiva del Basissatz]: "Questa è teologia, non matematica";

Il cammino verso una visione strutturalista della Matematica ha radici antiche ed è stato sofferto: i martiri e gli inquisitori del processo che ha portato la Matematica all'astrazione che conosciamo sono stati molti, spesso grandi nomi della Scienza.

- ST Kronecker [a Georg Cantor, più giovane di vent'anni, che insegna teoria degli insiemi] "Lei è un ciarlatano, corruttore della gioventù";
- AA Paul Gordan [a Hilbert, che aveva inviato ai *Mathematische Annalen* la sua dimostrazione non costruttiva del Basissatz]: "Questa è teologia, non matematica";
- MQ Per Scrödinger [citato in Wigner] le matrici di Heisenberg erano "la piaga [o peste] gruppale";

Il cammino verso una visione strutturalista della Matematica ha radici antiche ed è stato sofferto: i martiri e gli inquisitori del processo che ha portato la Matematica all'astrazione che conosciamo sono stati molti, spesso grandi nomi della Scienza.

- ST Kronecker [a Georg Cantor, più giovane di vent'anni, che insegna teoria degli insiemi] "Lei è un ciarlatano, corruttore della gioventù";
- AA Paul Gordan [a Hilbert, che aveva inviato ai *Mathematische Annalen* la sua dimostrazione non costruttiva del Basissatz]: "Questa è teologia, non matematica";
- MQ Per Scrödinger [citato in Wigner] le matrici di Heisenberg erano "la piaga [o peste] gruppale";
- CT *Abstract Nonsense*; "Una disciplina esoterica nota per la sua difficoltà e la sua irrilevanza" (Moore & Seiberg, citati in T. Leinster).

Il cammino verso una visione strutturalista della Matematica ha radici antiche ed è stato sofferto: i martiri e gli inquisitori del processo che ha portato la Matematica all'astrazione che conosciamo sono stati molti, spesso grandi nomi della Scienza.

- ST Kronecker [a Georg Cantor, più giovane di vent'anni, che insegna teoria degli insiemi] "Lei è un ciarlatano, corruttore della gioventù";
- AA Paul Gordan [a Hilbert, che aveva inviato ai *Mathematische Annalen* la sua dimostrazione non costruttiva del Basissatz]: "Questa è teologia, non matematica";
- MQ Per Scrödinger [citato in Wigner] le matrici di Heisenberg erano "la piaga [o peste] gruppale";
- CT *Abstract Nonsense*: "Una disciplina esoterica nota per la sua difficoltà e la sua irrilevanza" (Moore & Seiberg, citati in T. Leinster).

- Poi *la luce*. Alexander Grothendieck: "L'introduction de la chippre 0, ou la notion de *groupe*, était elle même un *abstract nonsense*, et les mathématiques étaient stagnant pendant des milliers d'années parce que personne n'était capable de prendre cette étape enfantine."

Alla fine…

…la visione strutturalista si impose. Molte date di nascita possibili:

Alla fine…

…la visione strutturalista si impose. Molte date di nascita possibili:

- In *Regular Cycles of Compact Metric Spaces*, Steenrod (1940) introduce la notazione $f : A \longrightarrow B$ per una funzione tra insiemi: essa si diffonde con incredibile velocità (direste mai che è tanto giovane?);

Alla fine…

…la visione strutturalista si impose. Molte date di nascita possibili:

- In *Regular Cycles of Compact Metric Spaces*, Steenrod (1940) introduce la notazione $f : A \longrightarrow B$ per una funzione tra insiemi: essa si diffonde con incredibile velocità (direste mai che è tanto giovane?);
- In *General Theory of Natural Equivalences*, Eilenberg e MacLane (1945) introducono le definizioni di *categoria, funtore, trasformazione naturale* per problemi topologici (in buona sostanza applicazioni all'algebra omologica);

Alla fine…

…la visione strutturalista si impose. Molte date di nascita possibili:

- In *Regular Cycles of Compact Metric Spaces*, Steenrod (1940) introduce la notazione $f: A \longrightarrow B$ per una funzione tra insiemi: essa si diffonde con incredibile velocità (direste mai che è tanto giovane?);
- In *General Theory of Natural Equivalences*, Eilenberg e MacLane (1945) introducono le definizioni di *categoria, funtore, trasformazione naturale* per problemi topologici (in buona sostanza applicazioni all'algebra omologica);
- In effetti, forse il vero pioniere è stato Felix Klein:

> *geometria = quoziente di un insieme di oggetti ("aggregati di punti" in un insieme) sotto l'azione di un opportuno gruppo; proprietà geometrica = proprietà che sia invariante per quel gruppo di trasformazioni.*

$$\begin{tikzcd}
 & \text{“spazio”} \arrow[dl, "GL"'] \arrow[d, "Aff"] \arrow[dr, "PGL"] & \\
\mathbb{R}^n & \mathbb{A}^n(\mathbb{R}) & \mathbb{P}^n(\mathbb{R})
\end{tikzcd}$$

Alla fine…

…la visione strutturalista si impose. Molte date di nascita possibili:

- In *Regular Cycles of Compact Metric Spaces*, Steenrod (1940) introduce la notazione $f\colon A \longrightarrow B$ per una funzione tra insiemi: essa si diffonde con incredibile velocità (direste mai che è tanto giovane?);
- In *General Theory of Natural Equivalences*, Eilenberg e MacLane (1945) introducono le definizioni di *categoria, funtore, trasformazione naturale* per problemi topologici (in buona sostanza applicazioni all'algebra omologica);
- In effetti, forse il vero pioniere è stato Felix Klein:

> *geometria = quoziente di un insieme di oggetti ("aggregati di punti" in un insieme) sotto l'azione di un opportuno gruppo; proprietà geometrica = proprietà che sia invariante per quel gruppo di trasformazioni.*

$$\begin{tikzcd}
 & \text{“spazio”} \arrow[dl, "GL"'] \arrow[d, "Aff"] \arrow[dr, "PGL"] & \\
\mathbb{R}^n & \mathbb{A}^n(\mathbb{R}) & \mathbb{P}^n(\mathbb{R})
\end{tikzcd}$$

$$\text{Geometria} = (\text{Algebra})^{op}$$

Perché (come?) pensare in astratto?

Vantaggi in numerosi campi della Matematica...

- Spazi Vettoriali: “Alcune copie di $\mathbb{R}$” VS “l’azione di un $(k^\times, \cdot)$ su un $(G, +)$”. {Geometria}⊂{Algebra Lineare}. Dualità ($V \cong V^*$, $V \cong V^{**}$, ma solo uno è canonico (?))

Perché (come?) pensare in astratto?

Vantaggi in numerosi campi della Matematica…

- Spazi Vettoriali: "Alcune copie di $\mathbb{R}$" VS "l'azione di un $(k^\times, \cdot)$ su un $(G, +)$". {Geometria}⊂{Algebra Lineare}. Dualità ($V \cong V^*$, $V \cong V^{**}$, ma solo uno è canonico (?))
- Algebra $\iff$ Geometria: Riga e Compasso $\subset$ Teoria di Galois. Coordinate nello spazio = "cartografie", equivalenza numero—punto, Varietà come "insieme la cui geometria convincerebbe un batterio n-dimensionale, troppo pigro per camminare a lungo, di abitare nel consueto $\mathbb{R}^n$" VS uno spazio topologico con un fascio di anelli locali.

Perché (come?) pensare in astratto?

Vantaggi in numerosi campi della Matematica…

- Spazi Vettoriali: "Alcune copie di $\mathbb{R}$" VS "l'azione di un $(k^\times, \cdot)$ su un $(G, +)$". {Geometria}⊂{Algebra Lineare}. Dualità ($V \cong V^*$, $V \cong V^{**}$, ma solo uno è canonico (?))
- Algebra $\iff$ Geometria: Riga e Compasso ⊂ Teoria di Galois. Coordinate nello spazio = "cartografie", equivalenza numero—punto, Varietà come "insieme la cui geometria convincerebbe un batterio n-dimensionale, troppo pigro per camminare a lungo, di abitare nel consueto $\mathbb{R}^n$" VS uno spazio topologico con un fascio di anelli locali.
- E ancora: Teoria delle Categorie usata in Geometria Differenziale (proiettiva o affine), Topologia Algebrica, Algebra Omologica e $K-$teoria, Fisica Teorica, Analisi funzionale (impostazione kolmogoroviana alla probabilità). Teoria dei Gruppi usata in Chimica e Cristallografia…

Perché (come?) pensare in astratto?

Vantaggi in numerosi campi della Matematica…

- Spazi Vettoriali: "Alcune copie di $\mathbb{R}$" VS "l'azione di un $(k^\times, \cdot)$ su un $(G, +)$". {Geometria}⊂{Algebra Lineare}. Dualità ($V \cong V^*$, $V \cong V^{**}$, ma solo uno è canonico (?))
- Algebra $\iff$ Geometria: Riga e Compasso ⊂ Teoria di Galois. Coordinate nello spazio = "cartografie", equivalenza numero—punto, Varietà come "insieme la cui geometria convincerebbe un batterio n-dimensionale, troppo pigro per camminare a lungo, di abitare nel consueto $\mathbb{R}^n$" VS uno spazio topologico con un fascio di anelli locali.
- E ancora: Teoria delle Categorie usata in Geometria Differenziale (proiettiva o affine), Topologia Algebrica, Algebra Omologica e $K-$teoria, Fisica Teorica, Analisi funzionale (impostazione kolmogoroviana alla probabilità). Teoria dei Gruppi usata in Chimica e Cristallografia…
- Geometria Algebrica: Studiare spazi che non hanno una topologia "a base reale" (*curve* in caratteristica 2, su campi finiti, …) ⇒ Teoria dei Numeri, Teoria delle Stringhe, interazioni tra tutte queste materie (la TdC fa da "ponte" tra le teorie).

Dualmente Parlando…

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting).

Dualmente Parlando...

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting). Ad ogni spazio topologico X si associa l'anello delle funzioni continue su X con le operazioni puntuali.

Dualmente Parlando…

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting). Ad ogni spazio topologico X si associa l'anello delle funzioni continue su X con le operazioni puntuali.

Aperti

- $X \mapsto \mathbf{Op}(X)$;

Anelli

- $X \mapsto \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$;

Dualmente Parlando…

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting). Ad ogni spazio topologico X si associa l'anello delle funzioni continue su X con le operazioni puntuali.

Aperti

- $X \mapsto \mathbf{Op}(X)$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce…

Anelli

- $X \mapsto \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce…

Dualmente Parlando...

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting). Ad ogni spazio topologico X si associa l'anello delle funzioni continue su X con le operazioni puntuali.

Aperti

- $X \mapsto \mathbf{Op}(X)$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce...
- $f^*\colon \mathbf{Op}(Y) \longrightarrow \mathbf{Op}(X)$

$$U \mapsto f^{\leftarrow} U$$

Anelli

- $X \mapsto \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce...
- $f^*\colon \mathscr{C}(Y, \mathbb{R}) \longrightarrow \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$

$$g \mapsto f^*(g) = g \circ f$$

Dualmente Parlando…

Ad ogni spazio topologico si associa il reticolo dei suoi aperti (che è di più, un'algebra di Heyting). Ad ogni spazio topologico X si associa l'anello delle funzioni continue su X con le operazioni puntuali.

Aperti

- $X \mapsto \mathbf{Op}(X)$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce…
- $f^*\colon \mathbf{Op}(Y) \longrightarrow \mathbf{Op}(X)$

$$U \mapsto f^{\leftarrow} U$$

Anelli

- $X \mapsto \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$;
- $f\colon X \longrightarrow Y$ induce…
- $f^*\colon \mathscr{C}(Y, \mathbb{R}) \longrightarrow \mathscr{C}(X, \mathbb{R})$

$$g \mapsto f^*(g) = g \circ f$$

La geometria di uno spazio è duale (=ha le frecce rovesciate) all'algebra (dei suoi aperti, o delle funzioni continue) che si può definire su di esso.

…And Beyond the Topoi.

- In Topologia si scandaglia uno spazio (X, τ) attraverso l'anello delle funzioni continue $\mathscr{C}(X, \mathbb{R})$ definite su di esso.

...And Beyond the Topoi.

- In Topologia si scandaglia uno spazio (X, τ) attraverso l'anello delle funzioni continue $\mathscr{C}(X, \mathbb{R})$ definite su di esso.
- In Geometria Differenziale si scandaglia uno spazio X attraverso l'anello delle funzioni *lisce* definite su di esso $\mathscr{C}^\infty(X)$.

…And Beyond the Topoi.

- In Topologia si scandaglia uno spazio (X, τ) attraverso l'anello delle funzioni continue $\mathscr{C}(X, \mathbb{R})$ definite su di esso.
- In Geometria Differenziale si scandaglia uno spazio X attraverso l'anello delle funzioni *lisce* definite su di esso $\mathscr{C}^\infty(X)$.
- In Geometria Algebrica si scandaglia uno spazio (definito da zeri di polinomi) attraverso l'anello $k[X]$ delle funzioni polinomiali definite su di esso.

…And Beyond the Topoi.

- In Topologia si scandaglia uno spazio (X, τ) attraverso l'anello delle funzioni continue $\mathscr{C}(X, \mathbb{R})$ definite su di esso.
- In Geometria Differenziale si scandaglia uno spazio X attraverso l'anello delle funzioni *lisce* definite su di esso $\mathscr{C}^\infty(X)$.
- In Geometria Algebrica si scandaglia uno spazio (definito da zeri di polinomi) attraverso l'anello $k[X]$ delle funzioni polinomiali definite su di esso.

Astraete questo! Dato uno spazio X (di qualche tipo), la collezione di tutti i modi di sondarlo (funzioni continue, lisce, polinomi, …è la teoria dei Fasci su X) ha una qualche struttura. È un *topos* (plur. *topoi*).

L'idea

Insiemi

- Entità di natura introspettiva...

Categorie

- Entità di natura *relazionale*...

L'idea

Insiemi

- Entità di natura introspettiva…
- …identificate dai loro elementi.

Categorie

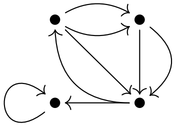
- Entità di natura *relazionale*…
- …identificate dai loro legami con l'"Universo".

L'idea

Insiemi

- Entità di natura introspettiva...
- ...identificate dai loro elementi.
- $\{\boxtimes, \bullet, \diamondsuit, \cdots\}$ e nulla in mezzo...

Categorie

- Entità di natura *relazionale*...
- ...identificate dai loro legami con l'"Universo".
- 

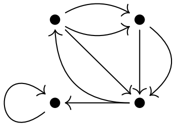
  ...e ciò che conta sono sempre solo le frecce.

L'idea

Insiemi

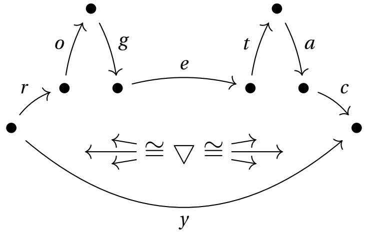
- Entità di natura introspettiva…
- …identificate dai loro elementi.
- $\{\boxtimes, \bullet, \diamondsuit, \cdots\}$ e nulla in mezzo…

Categorie

- Entità di natura *relazionale*…
- …identificate dai loro legami con l'"Universo".
- 

  …e ciò che conta sono sempre solo le frecce.

L'idea: Considerare gli "enti" in studio come *indivisibili* (in un senso leibniziano) tra cui sono date in partenza un certo numero di relazioni a loro esterne, e interne a una collezione che, idealmente, abbraccia […] "tutti" gli *oggetti* di cui si può dare una opportuna definizione intensionale.



$$c \circ a \circ t \circ e \circ g \circ o \circ r = y$$

Grazie (direttamente o indirettamente) a G. Mossa e il “Categories for the studying mathematician”, T. Leinster e l’IRM di Bristol (cui questo lavoro si. . . ispira), un numero indefinito (forse infinito) di topic sull’n-café di J. Baez e sui suoi “This week finds in Mathematical Physics”, . . . e a chi mi ha ascoltato.